Übungsblatt 8

1. *Elektronengas*

i. Betrachten Sie einen unendlich tiefen Potentialtopf mit Volumen L^d in d=1, 2 und 3 Dimensionen. Bestimmen Sie die Eigenfunktionen und Eigenenergien sowie die Dichte der Zustände im k-Raum?

ii. Alternativ, betrachten Sie ein Volumen L^d mit periodischen Randbedingungen. Bestimmen Sie wieder die Eigenfunktionen und Eigenenergien sowie die Zustandsdichte im k-Raum. Vergleichen Sie mit den Ergebnissen aus (i).

iii. Betrachten Sie den Limes $L \to \infty$. Wie verhält sich die Orthonormalitätsrelation unter diesem Grenzübergang (Kronecker-Delta für endliches L, Dirac-Funktion für $L \to \infty$ mit $\int_{-\infty}^{\infty} dx\, e^{i(k-k')x} = 2\pi\delta(k-k')$)? Wie verhält sich die Dichte der Zustände im k-Raum?

iv. Bestimmen Sie die Zustandsdichte $g(\varepsilon)\, d\varepsilon$ für das Elektronengas mit periodischen Randbedingungen für d=1, 2, 3. Welche van Hove Singularitäten finden Sie?

v. Die Besetzung der Zustände in einem Fermi-Gas ist durch die Fermi-Dirac Verteilung gegeben. Bei $T = 0$ sind alle Zustände bis zur Fermi-Energie E_F einfach besetzt, alle Zustände darüber sind unbesetzt. Bestimmen Sie die Fermi-Energie und die Gesamtenergie pro Elektron für eine gegebene Elektronendichte n.

2. *Variationsprinzip für angeregte Zustände*

Lesen Sie den Artikel von J.K.L. MacDonald: *Successive Approximations by the Rayleigh-Ritz Variation Method*, Physical Review **43**, 830 (1933) und vollziehen Sie nach, wie man ein Variationsprinzip für angeregte Zustände erhalten kann.